

Constante de proporcionalidade inversa

Duas variáveis, x e y , dizem-se **inversamente proporcionais** se é constante (e diferente de zero) o produto dos valores correspondentes:

$$x \times y = k, \quad k \neq 0$$

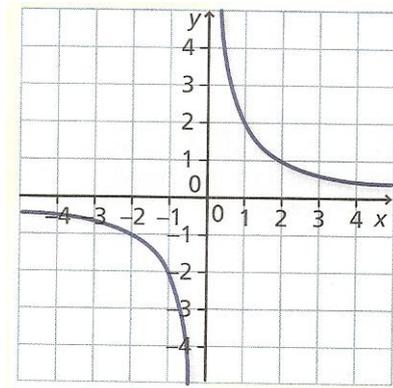
k é a **constante de proporcionalidade inversa**.

Proporcionalidade inversa como função

Uma função do tipo $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) é uma **função de proporcionalidade inversa**, em que o número k é a **constante de proporcionalidade**.

Estas funções têm como gráfico pontos sobre uma **hipérbole**.

Exemplo: $y = \frac{2}{x}$



1. Observa cada um dos seguintes pares de grandezas.

Completa a tabela colocando uma cruz no sítio certo.

	Par de grandezas	Diretamente proporcionais	Inversamente proporcionais	Nenhum dos casos anteriores
A	Comprimento do lado de um triângulo equilátero e o seu perímetro			
B	Espaço percorrido por um automóvel a velocidade constante e o tempo que demorou a percorrê-lo			
C	Altura de uma pessoa e o seu peso			
D	Altura de uma pessoa e o comprimento das suas pernas			
E	Velocidade de um automóvel e o tempo que demorou a percorrer uma determinada distância			
F	Altura de uma vara e o comprimento da sua sombra a uma certa hora do dia			

Ficha 5

Proporcionalidade inversa como função

2. Considera a tabela seguinte que relaciona as grandezas x e y .

x	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	120	60	30	20	15	12	10	$\frac{60}{7}$	$\frac{15}{2}$	$\frac{20}{3}$	6

- a) Mostra que y é inversamente proporcional a x e indica a constante de proporcionalidade.
- b) Escreve uma expressão analítica da função.
3. Numa loja existe um rolo de fita que queremos dividir em partes iguais para fazer laços de enfeitar embrulhos. A tabela seguinte relaciona o comprimento de cada pedaço de fita com o número de laços que se quer fazer.

c – comprimento da fita (cm)	15	20	30	12	10	40
l – número de laços	200	150	100	250	300	75

- a) se aumentarmos o número de laços, o que acontece ao comprimento da fita?
- b) Se resolvermos duplicar o número de laços, o que acontece ao comprimento dos pedaços de fita cortados?
- c) Existe proporcionalidade inversa entre as duas grandezas? Justifica.
- d) Qual é a constante de proporcionalidade? O que representa?
- e) Escreve uma expressão algébrica que dê o comprimento da fita em função do número de laços.
- f) Representa graficamente a função.
4. Um retângulo tem 8 cm de comprimento e 12 cm de largura. Qual deve ser a largura de outro retângulo com 9,6 cm de comprimento se tiver a mesma área que o anterior?

Ficha 5

Proporcionalidade inversa como função

5. Analisa as tabelas seguintes. Em todas existe proporcionalidade entre as grandezas x e y .

I.

x	4	7	8,5	11	9	
y	40				90	136

II.

x	2	4	8		32	
y	4	2		$\frac{1}{2}$		8

II.

x	36	18	9	4	1	12
y	9			1		

I.

x	9	14			45	90
y	4,5		16	20		45

- Que tipo de proporcionalidade existe, em cada uma das tabelas, entre x e y (direta ou inversa)?
- Indica em cada caso o valor da constante de proporcionalidade.
- Completa as tabelas.

6. Numa aula os alunos do 9º ano de uma escola encheram de água, à mesma temperatura, recipientes de capacidades diferentes; colocaram-nos sobre iguais fontes de calor durante seis minutos; determinaram a variação de temperatura da água, em cada um dos recipientes, relativamente à temperatura inicial e registaram-se os resultados na tabela ao lado.

Volume de água (cm ³)	Varição da temperatura (°C)
70	40
80	35
100	28
140	20
200	14
280	10

- Constrói o gráfico correspondente a esta tabela, colocando no eixo das abcissas as diversas capacidades dos recipientes (V) e no das ordenadas as variações da temperatura (T).
- Que tipo de proporcionalidade relaciona estas duas grandezas? Justifica.
- Escreve uma expressão algébrica que traduza a variação da temperatura (T) em função do volume (V) de água.

Ficha 5

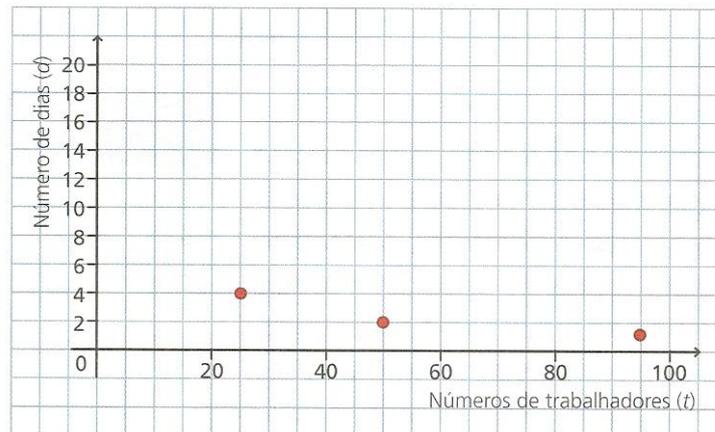
Proporcionalidade inversa como função

7. Para planear a apanha da uva, na quinta de Alzubar, construiu-se a seguinte tabela.

Número de trabalhadores (t)	100	50	25
Número de dias que leva a apanha da uva (d)	1	2	4

Na tabela, as variáveis – t e d – referem-se a grandezas inversamente proporcionais.

- a) Quando o número de trabalhadores aumenta, o que acontece ao número de dias que leva a apanha da fruta?
- b) Determina a constante de proporcionalidade inversa.
- c) Neste caso, o que representa a constante de proporcionalidade inversa?
- d) Assinala no gráfico o tempo correspondente à apanha da uva feita por 5, por 10, e por 20 trabalhadores.



- e) Assinala com X a expressão que relaciona o número de trabalhadores (t) com o número de dias (d) necessário para apanhar a uva, na quinta de Alzubar.
 - A. $110t = d$
 - B. $t + d = 100$
 - C. $\frac{t}{d} = 100$
 - D. $t \times d = 100$
- f) Na quinta de Alzubar, a apanha da uva demorou 4 dias, e foram apanhados, no total, 80 000 kg de uva. Em média, quantos quilogramas de uva apanhou cada trabalhador por dia?

Explica a tua resposta e apresenta todos os cálculos que efetuares.

Ficha 5

Proporcionalidade inversa como função

8. Considera as seguintes relações entre duas grandezas.

I. $x + y = 12$ II. $x - y = 12$ III. $xy = 12$ IV. $\frac{y}{x} = 12$

a) Completa as seguintes tabelas:

I.

x	0	1	2	3	4	5
y						

II.

x		1	2	3	4	5
y	12					

III.

x	1	2	3	4		12
y					2	

IV.

x	1	2	3	3,5		5
y					48	

- b) Desenha, com cores diferentes, os quatro gráficos no mesmo referencial cartesiano.
- c) Qual ou quais das quatro relações traduzem situações de proporcionalidade direta? E inversa? Justifica.
- d) Determina, nos casos considerados em c), a constante de proporcionalidade.

9. Uma torneira que deita 500 litros por minuto demora 4 horas a encher um tanque de água. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- A. Se a torneira deitasse 100 litros por minutos, demoraria 5 horas a encher o tanque.
- B. Se a torneira deitasse 250 litros por minutos, demoraria 2 horas a encher o tanque.
- C. Se a torneira deitasse 250 litros por minutos, demoraria 8 horas a encher o tanque.
- D. Se a torneira deitasse 100 litros por minutos, demoraria 10 horas a encher o tanque.

10. Para transportar um certo número de garrafas, um camião de 4,5 t efetua 16 viagens. Se se utilizar um camião maior, que leve 8 t em cada viagem, quantas viagens necessitaria de efetuar?

Ficha 5

Proporcionalidade inversa como função

11. Considera as funções definidas por:

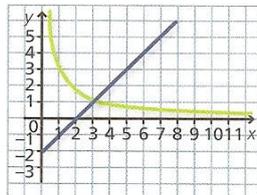
$$y = x + 2 \text{ para } x \geq 0 \quad \text{e} \quad y = \frac{3}{x} \text{ para } x > 0$$

Em qual dos seguintes referenciais estão os gráficos das duas funções?

Referencial A



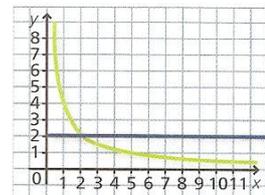
Referencial B



Referencial C



Referencial D



12. A tabela seguinte mostra a relação entre o número de fatias (n) em que o bolo de aniversário do Jorge pode ser dividido e a massa (p), em quilogramas, de cada uma das fatias do bolo. A massa (p) de cada uma das fatias de bolo é inversamente proporcional ao número de fatias (n).

Número de fatias (n)	6	8	10
Número de fatias (p) em kg	0,60	0,45	0,36

- a) O que representa a constante de proporcionalidade inversa, no contexto do problema?
 - b) Escreve uma expressão que relacione o número de fatias (n) e a respetiva massa (p).
13. x e y são duas grandezas inversamente proporcionais.

Das quatro afirmações que se seguem, apenas uma é sempre verdadeira. Qual?

- A. Se x aumenta 2 unidades, então y também aumenta 2 unidades.
- B. Se x aumenta 2 unidades, então y diminui 2 unidades.
- C. Se x aumenta para o dobro, então y também aumenta para o dobro.
- D. Se x aumenta para o dobro, então y diminui para metade.

Bom trabalho!

A professora: Marisa Pessoa