ESCOLA BÁSICA INTEGRADA DE MOURÃO

ANO LETIVO 2012/2013

MATEMÁTICA

9º ano

Nome: ____	N.º ________

Subdomínio: Equações do 2º grau a uma incógnita

Resumo teórico

Operações com polinómios. Casos notáveis. Decomposição em fatores.

Para resolveres uma equação do 2º grau é muito importante que te recordes das operações com polinómios já estudadas:

> **Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição:**

$$(a+b)(c+d)=a\times c+a\times d+b\times c+b\times d$$

Na multiplicação de dois polinómios destacam-se dois casos particulares que são muito úteis em operações com polinómios:

> **Casos notáveis da multiplicação de polinómios:**

Quadrado de um binómio: $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

Diferença de quadrados: $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

Decompor um polinómio em fatores significa escrever esse polinómio como um produto de expressões mais simples. Já aprendeste a decompor um polinómio em fatores de duas maneiras distintas:

> **Colocando fatores comuns em evidência:** $ab+ac=a\times(b+c)$

> **Utilizando os casos notáveis da multiplicação:**

Quadrado de um binómio: $a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$

Diferença de quadrados: $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

Equações do 2º grau

> Se numa equação, em x, depois de reduzidos os termos semelhantes, o termo de maior grau tem grau 2, então a equação é do 2º grau.

> Designa-se por equação do 2º grau, em x, toda a equação que pode ser escrita na forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Sendo a, b e c números reais com $a \neq 0$, onde:

- x é a incógnita;
- ax^2 é o termo do 2º grau, cujo coeficiente é a;
- bx é o termo do 1º grau, cujo coeficiente é b;
- c é o termo independente.

> Diz-se que uma equação está na forma canónica quando está escrita na forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

em que o 1º membro é um polinómio reduzido do 2º grau e o 2º membro é zero.

> Uma equação do 2º grau diz-se completa se tem os três termos não nulos. Caso contrário, quando lhe falta o termo do 1º grau, ou o termo independente, ou ambos, diz-se incompleta.

Resolução de equações do 2º grau

> **Resolução de equações (incompletas)** $ax^2 + c = 0, a \neq 0$

Uma equação incompleta do 2º grau da forma $ax^2 + c = 0$ pode ser resolvida aplicando a definição de raiz quadrada:

$$ax^2 + c = 0 \Leftrightarrow ax^2 = -c \Leftrightarrow x^2 = -\frac{c}{a}$$

- Se $-\frac{c}{a} < 0$ a equação é impossível;
- Se $-\frac{c}{a} = 0$ a equação é possível e tem uma única solução: zero;
- Se $-\frac{c}{a} < 0$ a equação é possível e tem duas soluções simétricas: $-\sqrt{-\frac{c}{a}}$ e $\sqrt{-\frac{c}{a}}$

> **Resolução de equações (incompletas)** $ax^2 + bx = 0,\ a \neq 0$

Uma equação incompleta do 2º grau da forma $ax^2 + bx = 0,\ a \neq 0$ pode ser resolvida fatorizando-se o 1º membro, colocando o fator comum em evidência para, de seguida, aplicar-se a lei do anulamento do produto:

$$\begin{aligned} ax^2 + bx = 0 &\Leftrightarrow x(ax+b) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x = 0 \vee ax + b = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\frac{b}{a} \end{aligned}$$

O conjunto solução da equação do 2º grau incompleta, $ax^2 + bx = 0,\ a \neq 0$ é:

$$S = \left\{0, -\frac{b}{a}\right\}$$

Lei do anulamento do produto: $a \times b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$ A lei do anulamento do produto só pode aplicar-se quando um dos membros é um produto de fatores e o outro é zero.

> **Resolução de equações (completas)** $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$

Fórmula resolvente:

Para determinar as soluções da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$ usamos a seguinte fórmula:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

na qual a é o coeficiente do termo de 2º grau, b é o coeficiente do termo de 1º grau e c é o termo independente.

Uma equação do 2º grau completa pode ser resolvida usando a fórmula resolvente, efetuando os seguintes passos:

1) Escrever a equação na forma canónica, isto é, na forma $ax^2 + bx + c = 0$;
2) Registar os valores de a, b e c;
3) Substituir esses valores na forma resolvente: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$;
4) Calcular as raízes (soluções);
5) Apresentar o conjunto-solução.

Binómio discriminante:

O número de soluções de uma equação do 2º grau depende do valor de $b^2 - 4ac$, chamado binómio discriminante e que se representa, abreviadamente, pela letra grega Δ (lê-se "*delta*"). Assim:

- se $b^2 - 4ac > 0$ a equação é possível e determinada e tem duas soluções distintas;
- se $b^2 - 4ac = 0$ a equação é possível e determinada e tem uma única solução (dupla);
- se $b^2 - 4ac < 0$ a equação é impossível.

Bom trabalho! A professora: Marisa Pessoa